

Caractérisation expérimentale d'une plaque poreuse obéissant à la théorie de Biot par la méthode des termes de transition.

F. Belhocine, S. Derible & H. Franklin.

LAUE UMR CNRS 6068

Place Robert Schuman 76610 LE HAVRE

ferroudja.belhocine@univ-lehavre.fr

Résumé :

Issus de la diagonalisation de la matrice S , les termes de transition permettent de caractériser séparément, tant sur le plan théorique qu'expérimental, les modes symétriques et antisymétriques d'une plaque poreuse saturée d'eau (théorie de Biot). La transformation de Fourier (TF) des signaux transmis et réfléchis puis leur normalisation par rapport à la TF du signal direct permet de déterminer les coefficients de transmission T et de réflexion R expérimentaux complexes de la plaque. Leurs tracés fréquentiels montrent le chevauchement des pics et l'impossibilité de séparer les modes. En revanche, la dynamique des termes de transition, meilleure que celle de R et T pris isolément, facilite la mesure des positions fréquentielles et des largeurs.

Abstract :

Resulting from the matrix S , the transition terms allow us to characterize separately the symmetrical and antisymmetrical modes of a water-saturated porous plate (Biot's theory). The Fourier transform of the reflected and transmitted signals and then their normalization with respect to the Fourier transform of the direct signal allow us to determine the experimental reflection R and transmission T complex coefficients of the plate. Their frequency plots show the overlapping of the peaks and impossibility of separating the modes. On the other hand, the dynamics of the transition terms, better than that of R and T considered separately, facilitates the measurement of both the frequency positions and the widths.

Mots clefs :

Poreux ; résonances ; transition

1 Introduction

Un article récent (Franklin (2001)) montre l'utilité de la matrice S dans certains problèmes de diffusion acoustique, notamment pour la séparation des résonances symétriques et antisymétriques d'une plaque élastique immergée. Dans ce papier, les termes de transition de cette matrice sont appliqués à une plaque en matériau poreux saturé d'eau (le QF-20 obéissant à la théorie de Biot (Biot (1956)) dans toute la plage fréquentielle considérée).

La première partie de l'étude constitue un bref rappel des propriétés théoriques de la matrice S . La deuxième partie présente le montage expérimental permettant de mesurer les coefficients de réflexion et de transmission de la plaque de QF20. La troisième partie montre la séparation des résonances symétriques et antisymétriques par les tracés des termes de transition T_{μ_s} et T_{λ_A} . Une comparaison théorie - expériences est établie.

2 Rappels théoriques

Lorsque l'on trace les coefficients de réflexion et de transmission d'une plaque poreuse saturée d'eau, on n'obtient pas suffisamment d'informations sur les caractéristiques des résonances de la plaque. Le chevauchement des pics rend la lecture des fréquences de résonances très difficile. Pour cela, il est plus commode d'utiliser les propriétés de la matrice S . Cette matrice ne dépend que des deux coefficients de réflexion R et de transmission T qui y interviennent de la façon suivante

$$S = \begin{pmatrix} R & T \\ T & R \end{pmatrix}, \quad (1)$$

avec

$$R = \frac{1}{2} \left(\frac{\delta_S}{\bar{\delta}_S} + \frac{\delta_A}{\bar{\delta}_A} \right), \quad T = \frac{1}{2} \left(\frac{\delta_S}{\bar{\delta}_S} - \frac{\delta_A}{\bar{\delta}_A} \right). \quad (2)$$

Les termes δ_S , $\bar{\delta}_S$, δ_A , $\bar{\delta}_A$ sont donnés explicitement dans Belloncle (2003). Les valeurs propres de la matrice, $\mu_S = R + T$ et $\lambda_A = R - T$, s'écrivent explicitement:

$$\mu_S = \frac{\delta_S}{\bar{\delta}_S}, \quad \lambda_A = \frac{\delta_A}{\bar{\delta}_A}. \quad (3)$$

Ainsi, la valeur propre μ_S décrit les propriétés des résonances symétriques, et λ_A celle des vibrations antisymétriques. En pratique, le contenu de μ_S et λ_A est mis en évidence à l'aide des amplitudes des termes de transition T_{μ_S} et T_{λ_A} définis de la manière suivante :

$$T_{\mu_S} = (1 - R - T)/2i, \quad (4)$$

$$T_{\lambda_A} = (1 - R + T)/2i. \quad (5)$$

3 Montage et résultats expérimentaux :

Le montage schématisé sur la figure 1 permet d'étudier les coefficients de transmission et de réflexion ainsi que les termes de transition de la plaque de QF-20 de dimensions ($L=35\text{cm}$ x $l=20\text{cm}$ x $d=1\text{cm}$). La plaque poreuse est placée verticalement entre trois transducteurs, notés E, R1 et R2. Le transducteur E est muni de deux systèmes de rotation et d'un système de translation horizontale (Ox), parallèle à la plaque. Quant aux récepteurs, ils sont munis seulement de deux systèmes de rotation, verticale et horizontale (angle d'incidence θ). Le récepteur R1 est utilisé pour la transmission et R2 pour la réflexion. Les trois transducteurs sont identiques, à large bande et de fréquence centrale 500kHz. Les trois signaux enregistrés à la même fréquence d'échantillonnage de 100MHz comportent 20000 points et ont la même origine temporelle imposée par le générateur d'impulsion :

- **le signal direct** : les deux transducteurs E et R1 sont face à face à une distance 98cm ;

- **le signal transmis** : les deux transducteurs E et R1 sont en position Snell-Descartes à une distance égale de la plaque (49cm). Pour un angle d'incidence θ donné, le récepteur est déplacé pas à pas tout au long de la plaque afin de rechercher le maximum du signal transmis, qui est ensuite enregistré.
- **Le signal réfléchi** : les deux transducteurs E et R2 sont placés à la même distance (49 cm) de la plaque.

Le signal direct, une fois remonté de la durée $d/(c_1 \cos \theta)$, représente l'onde incidente sur la plaque et sert de référence pour normer le signal transmis par cette même plaque. Pour le coefficient de réflexion, le signal réfléchi a été normé à l'aide du signal réfléchi à l'interface eau/air obtenu dans les mêmes conditions (transducteurs, angle d'incidence et distances).

Pour aboutir à un bon accord entre les coefficients de transmission théorique et expérimental donnés dans la figure 2, il faut modifier les paramètres du QF-20 donnés par Johnson (1994). Cependant les modifications sont légères : les parties imaginaires (ajoutées pour tenir compte de la dissipation dans le solide) ne représentent pas plus de 2% des parties réelles. Il faut noter que le QF-20 est utilisé comme filtre pour les piscines et commercialisé sous forme de plaques sous diverses dimensions. L'intérêt acoustique du QF-20 réside dans le fait qu'il obéit à la théorie de Biot.

Les modules des termes de transition symétrique sont présentés sur la figure 3. L'accord est bon entre la théorie et l'expérience. Cette figure présente un seul type de modes de vibration (symétrique). Les pics des modules des termes de transition sont moins nombreux que ceux du coefficient de transmission, leurs amplitudes sont plus grandes. De plus, les pics sont facilement séparés. Les principales propriétés des diagrammes d'Argand des termes de transition sont rappelées ci-après. Au voisinage d'une résonance où le fond potentiel et les autres résonances jouent un rôle négligeable, l'expression de cette résonance est caractérisée par sa fréquence ω_0 , sa largeur Γ et son amplitude A . La fonction complexe de Breit-Wigner s'écrit :

$$\frac{A}{\left(1 + i \left(\frac{\omega - \omega_0}{\Gamma/2} \right)\right)} \quad (6)$$

Son diagramme d'Argand est un cercle de diamètre A . Le parcours du cercle à fréquence croissante (pas constant) se fait dans le sens trigonométrique et la dérivée de l'abscisse curviligne passe par un maximum à la fréquence de résonance. En pratique, au voisinage d'une résonance, les termes de transition s'écrivent

$$\frac{A}{\left(1 + i \left(\frac{\omega - \omega_0}{\Gamma/2} \right)\right)} \exp(i\varphi) + a + b(\omega - \omega_0) + c(\omega - \omega_0)^2. \quad (7)$$

Dans l'expression (7), φ représente l'angle que fait le point de résonance avec l'axe horizontal, a la translation du centre de cercle par rapport à l'origine, b et c les perturbations apportées par les résonances voisines sur la forme circulaire du diagramme d'Argand. a , b et c sont des constantes complexes. Le terme global, Eq. (7), contient toutes les résonances voisines et il regroupe aussi les manifestations vibratoires non résonantes qui constituent le fond potentiel. Pour une plage fréquentielle donnée, les résonances des termes de transition sont localisées par leurs formes circulaires sur les diagrammes d'Argand. Un diagramme d'Argand est présenté sur la figure 4. Les caractéristiques des résonances sont données dans le tableau 1.

Les paramètres du QF-20 utilisés dans les calculs sont les suivants : module de compressibilité du solide $K_r = 36,610^9$ Pa, module de compressibilité du poreux sec $K_b = 9,4710^9$ Pa (valeur expérimentale $(9,7 + 0,05i)10^9$), module de compressibilité de l'eau

$K_f = 2,2210^9$ Pa, coefficient de cisaillement du solide $\mu = 7,6310^9$ Pa (valeur expérimentale $(7,9 + 0,15i)10^9$), masse volumique du solide élastique $\rho_s = 2760 \text{ kg m}^{-3}$, masse volumique de l'eau $\rho_f = 1000 \text{ kg m}^{-3}$, porosité $\beta = 0,402$ (valeur expérimentale 0,4), perméabilité $k = 1,6810^{-11} \text{ m}^2$ (valeur expérimentale $1,710^{-11}$), viscosité de l'eau $\eta = 1,1410^{-3} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$, rayon moyen des pores $a_p = 3,2610^{-5} \text{ m}$ (valeur expérimentale $3,310^{-5}$) et tortuosité $\alpha = 1,89$ (valeur expérimentale 1,94).

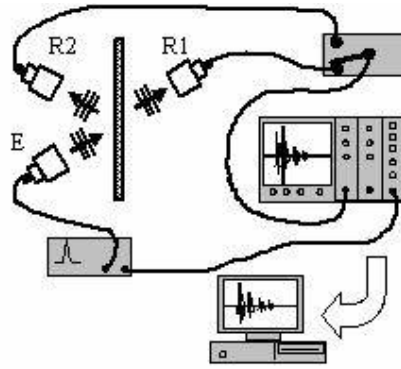


FIG. 1 – Montage expérimental.

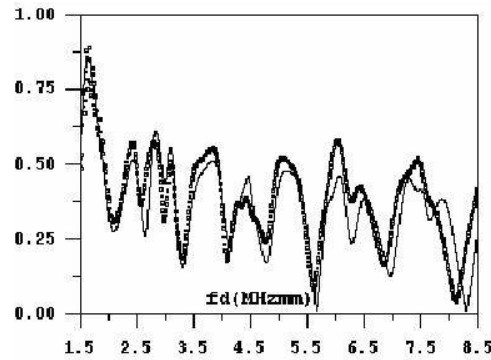


FIG. 2 – Comparaison entre les modules des coefficients de transmission à 15° , théorique en trait plain et expérimental en pointillés.

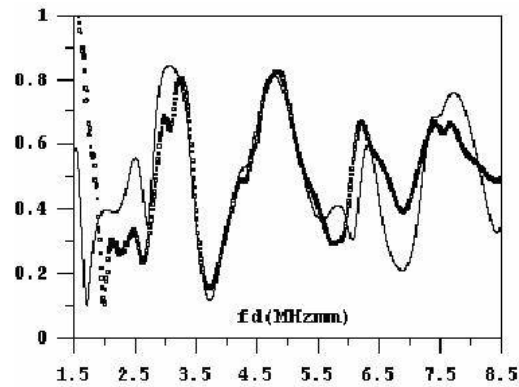


FIG. 3 – Comparaison entre les modules des termes de transition à 15°. Théorique en trait plein et expérimental en pointillés.

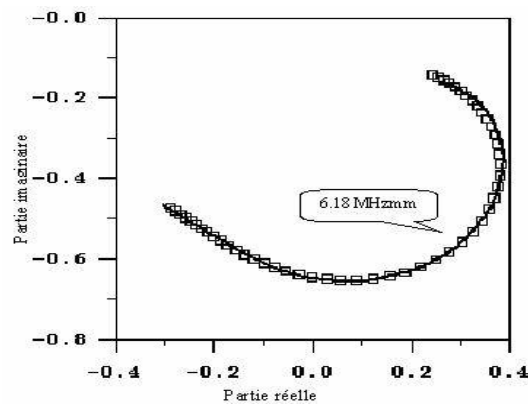


FIG. 4 – Diagramme d'Argand de T_{μ_s} expérimental dans la plage fréquentielle allant de 5,91 à 6,48 MHz mm.

Résonances symétriques				Résonances antisymétriques			
Théoriques (MHz mm)		Expérimentales (MHz mm)		Théoriques (MHz mm) ^o		Expérimentales (MHz mm)	
$f\tilde{d}$	Γ	$f\tilde{d}$	Γ	$\tilde{d}f$	Γ	$f\tilde{d}$	Γ
2,86	0,439	2,99	0,27	2,615	0,819	2,44	0,86
3,386	0,424	3,39	0,41	3,095	0,168	3,10	0,17
4,195	0,950	4,14	0,98	3,984	0,440	4,02	0,31
4,462	0,122	4,41	0,12	4,832	0,554		
5,480	0,489	5,46	0,5	5,405	0,696	5,51	0,15
6,305	0,361	6,18	0,38	5,827	0,196	5,73	0,88
7,296	0,360			6,199	0,733	6,38	0,387

Tableau. 1

4 Conclusions

La recherche, expérimentale, des résonances d'une plaque poreuse saturée d'eau, obéissant à la théorie de Biot, est réalisable à partir des termes de transition. L'amplitude de ces derniers est plus importante que celle des coefficients de réflexion et de transmission qui servent à les calculer et ils permettent de ne traiter qu'un seul type de vibration (symétrique ou antisymétrique). Les termes de transition expérimentaux sont mesurés pour une plaque poroviscoélastique obéissant à la théorie de Biot. Le comportement résonant de la plaque poreuse est mis en évidence à partir des diagrammes d'Argand qui ont la forme d'arc de cercles au voisinage d'une résonance.

Références

- Belloncle, G., Franklin, H., Luppé, F. & Conoir, J.-M. 2003 Normal modes of a poroelastic plate and their relation to the reflection and transmission coefficients. *Ultrasonics*, 41, pp. 207-216
- Biot, M. A. 1956 Theory of elastic waves in a fluid-saturated porous solid: II higher frequency range. *J. Acoust. Soc. Am.*, 28(2), pp. 179-191
- Franklin, H., Danila, E., & Conoir J.-M. 2001 S-matrix theory applied to acoustic scattering by asymmetrically fluid-loaded elastic isotropic plates. *J. Acoust. Soc. Am.*, 110(1), pp. 243-253
- Johnson, D. L., Plona, T. J. & Kojima, H. 1994 Probing porous media with first and second sound: II acoustic properties of water-saturated porous media. *J. Appl. Phys.*, 76(1), pp. 115-125